Über die von Prof. Wolf vermuthete Doppelperiode der Sonnenfleckenhäufigkeit.

Von **D. J. Korteweg.**

(Mit 1 Tafel.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 19. Juli 1883.)

In neuerer Zeit ist von Herrn Wolf (Astronomische Mittheilungen Nr. 57, Zürich) eine höchst sinnreiche Methode zur Bestimmung von Perioden in der Sonnenfleckenhäufigkeit angewendet worden, die man schematisch folgendermassen darstellen kann:

Es besitze irgend eine periodische Erscheinung, deren Verlauf während längerer Zeit durch Zahlen ausgedrückt worden ist, die Periode T, welche durch unregelmässige Störungen mehr oder weniger undeutlich hervortritt, deren Dauer wenigstens nicht genau bekannt ist. Man wähle dann statt T verschiedene Versuchswerthe. Ist T' einer dieser Werthe, dann stellt man, so weit die Reihe der zu benützenden Angaben reicht, für einen gegebenen Moment a, alle Angaben, die sich auf die Momente:

$$. a-2T', \ a-T', a, a+T', a+2T' \qquad \text{u. s. w.}$$

beziehen, zusammen und bestimmt deren Mittelwerth. Diese Mittelwerthe bilden eine neue Reihe (Mittelreihe), die sich in der Periode T' genau wiederholt, denn es ist deutlich, dass für die Momente a und $a+T'$ derselbe Mittelwerth gefunden werden muss.

War nun die Versuchsperiode T' weit von der wahren Periode T entfernt, dann werden die einzelnen Glieder der Mittelreihe nur wenig vom Mittelwerthe aller zu benützenden Angaben abweichen. Es werden dann nämlich bei der Bestimmung eines jeden Gliedes der Mittelreihe Angaben zusammengenommen, welche auf verschiedene Phasen der periodischen Erscheinung Beziehung haben, deren Mittelwerth also, indem sich die zufälligen

Störungen grösstentheils heben, ungefähr die mittlere Intensität der Erscheinung während der ganzen Zeit der Beobachtungen darstellt.

War darentgegen T' nur sehr wenig von T verschieden, dann kommen nur solche Angaben zusammen, die zu einer gleichen Phase der Erscheinung gehören; es werden also die Mittelwerthe, je nach den Momenten worauf sie sich beziehen, sehr verschieden ausfallen und wenn T' ganz gleich T sein sollte, zusammen den mittleren, von zufälligen Störungen befreiten periodischen Verlauf der Erscheinung darstellen.

Im ersten Falle also werden die einzelnen Glieder der neuen Reihe wenig, im zweiten viel vom allgemeinen Mittelwerthe aller Angaben abweichen. Bestimmt man nun die mittlere Abweichung, d. h. die Wurzel aus dem Mittel der Quadrate der Abweichungen der einzelnen Glieder vom allgemeinen Mittelwerthe, dann muss diese Grösse für $T'=T$ einen Maximalwerth erreichen und man ist also im Stande, unter den verschiedenen Versuchsperioden diejenige herauszufinden, die der wahren Periode am nächsten liegt.

Es kann auch vorkommen, dass die in Betracht gezogene Erscheinung weniger einfacher Natur ist, so dass in ihr mehrere Perioden T_1, T_2 u. s. w. zugleich auftreten. Man darf dann annähernd für jeden Augenblick die Zahl, welche die Intensität der Erscheinung misst, als die Summe des allgemeinen Mittelwerthes und der von den verschiedenen Perioden bedingten Abweichungen auffassen. Wählt man dann eine Versuchsperiode T', die mit einer der Perioden, z. B. T_2 nahezu identisch ist, dann heben sich die von den anderen Perioden bedingten Abweichungen grösstentheils auf und die Glieder der betreffenden Mittelreihe geben uns eine Darstellung vom Verlaufe, den die Erscheinung nehmen würde, wenn sich nur diese eine Periode in ihr vorfände. Wählt man dahingegen eine von jeder Periode T_1, T_2 u. s. w. beträchtlich verschiedene Versuchsperiode T', dann nähern sich alle Glieder der Mittelreihe dem allgemeinen Mittelwerthe. Man wird also mehrere, durch Minimalwerthe getrennte Maximalwerthe der mittleren Abweichung finden, welche jede für sich eine der in der Erscheinung eintretenden Perioden T_1, T_2 u. s. w. anzeigen.

Indem nun Herr Wolf diese Methode auf die **1877** von ihm in den Abhandlungen der „Royal astronomical Society“ veröffentlichten ausgeglichenen monatlichen Relativzahlen der Sonnenfleckenhäufigkeit für die Jahre 1751 bis 1870 anwendete, fand er zwei Maximalwerthe der mittleren Abweichung, die sich auf Perioden von **10** und **11$^1/_3$** Jahr beziehen, getrennt durch einen Minimalwerth für die Versuchsperiode von **10$^1/_2$** Jahr. Daraus zieht er dann den wichtigen und scheinbar so wohlbegründeten Schluss, dass in der Sonnenfleckenhäufigkeit „ausser einer allfälligen grösseren Periode ganz entschieden zwei kleinere Perioden von 10 und 11$^1/_3$ Jahr auftreten“, und dass weiter „durch die Combination dieser beiden Perioden die starken Schwankungen in Länge und Höhe hervorgerufen werden, welche die einzelnen Perioden gegenüber der mittleren Periode zeigen.“ Noch weiter geht Herr Faye (Compt. rend. 18. Dec. 1882, Nr. 25), indem er die Vermuthung ausspricht, die längere Periode würde als selbstständige Periode wohl ganz verschwinden können, sie enstehe wahrscheinlich nur durch Interferenz der beiden kürzeren.

Als ich nun damit beschäftigt war dieses auch von mir gar nicht angezweifelte Resultat, einigen nahe liegenden Prüfungen zu unterwerfen, zeigte sich zu meinem Erstaunen, dass es diese Prüfungen nicht aushielt, und daher auf eine Illusion beruhen müsse. Weil aber die Methode so sinnreich und vielleicht berufen ist in anderen Fällen grosse Dienste zu leisten, glaube ich die Sache besprechen zu sollen, dass man wisse, vor welchen Illusionen man sich zu hüten habe. Auf zwei ganz verschiedenen Wegen werde ich darthun, dass die zweite Wolf'sche Periode keine wirkliche Existenz hat, und dann weiter nachweisen, welche Eigenthümlichkeit des von Herrn Wolf zu seinen Berechnungen benutzten Theiles der Curven der Sonnenfleckenhäufigkeit die beiden Maxima der mittleren Abweichung hervorruft. Schliesslich bleibt dann noch kurz zu besprechen, welche Ansicht über die Natur der Sonnenfleckenperiodicität durch diese Untersuchung meines Erachtens an Wahrscheinlichkeit gewinnt.

I.

Zunächst wollte ich mich überzeugen, ob die beiden angegebenen Perioden durch ihre Combination der Hauptsache nach

in dem von Herrn Wolf zu seinen Berechnungen benutzten Zeitraum (1751—1870) vom Verlaufe der Sonnenfleckenhäufigkeit Rechenschaft geben können. Dazu habe ich erstens mittelst den von Herrn Wolf Tab. II, S. 229 seiner Astronomischen Nachrichten Nr. 57 gegebenen Zahlen die Curve construirt (Fig. 1), welche aus der Combination dieser beiden Perioden hervorgeht; indem ich für jedes Jahr die um den allgemeinen Mittelwerth 47·8 vermehrte Summe der diesem Jahre nach beiden Perioden zugehörigen Abweichungen berechnete.

Nehme ich z. B. das Jahr 1780, so ist die dazu gehörige Abweichung der zehnjährigen Periode identisch mit der vom Jahre 1760, also **+19·0**; die der $11^1/_3$jährigen mit der vom Jahre $1757^1/_3$, also (mittelst Interpolation) **+28·0**. Die Ordinate der Combinationscurve ist also hier **47·8+19·0+28·0=94·8.**

Zweitens habe ich dann mittelst den von Herrn Wolf in den Abhandlungen der Royal astronomical Society (1877) mitgetheilten ausgeglichenen relativen Jahreszahlen den wirklichen Verlauf der Sonnenfleckenhäufigkeit daneben durch eine andere Curve dargestellt (Fig. 1).

Auf die Eigenthümlichkeiten dieser beiden Curven werde ich vorläufig nur so weit eingehen, um zu constatiren, dass überall wo die Combinationscurve ein stark ausgesprochenes Maximum oder Minimum zeigt, auch wirklich sich ganz in der Nähe ein solches in der Curve der wahren Sonnenfleckenhäufigkeit vorfindet. Auch folgende Tabelle zeigt dieses sehr klar.

Zeitraum (1751—1870).

Stark ausgesprochene Maxima >69·0 der Combinationscurve	1758	1769	1780	1791	1828	1838	1848	1859	1870
Nächstliegende wirkliche Maxima	1761	1769	1778	1788	1829	1837	1848	1860	1870
Stark ausgesprochene Minima <20·0 der Combinationscurve	1754	1764	1775	1785	1833	1844	1855	1865	
Nächstliegende wirkliche Minima	1755	1766	1775	1784	1833	1843	1856	1867	

Die paar Fälle, wo der Abstand zwischen den berechneten und gefundenen Maximis und Minimis mehr als zwei Jahre beträgt.

beiden ersten zusammen; zweitens für die beiden letzten zusammen die mittlere Abweichung für verschiedene Versuchsperioden zwischen **9** und **12**$^1/_2$ Jahr berechnet.

Zur Abkürzung der Rechnungen habe ich mir dabei eine kleine Änderung in dem von Herrn Wolf befolgten Verfahren erlaubt. Dieser nämlich benützt zur Berechnung seiner sogenannten Differenzreihen die relativen Monatszahlen und erhält also z. B. für die Versuchsperiode von **10** Jahren eine Differenzreihe von **120** Zahlen, die sich jede auf einen bestimmten Monat der Periode beziehen. Später ersetzt er dann je **12** aufeinanderfolgende Zahlen durch ihren Mittelwerth und bildet so eine neue Reihe (Jahresreihe) von **10** Gliedern, die dann schliesslich zur Berechnung der mittleren Abweichung der Periode verwendet wird.

Statt dessen bin ich bei meinen Berechnungen von den Wolf'schen ausgeglichenen relativen Jahreszahlen ausgegangen und habe ich also für dieselbe Versuchsperiode sofort eine Jahresreihe von **10** Glieder erhalten. Da wo ich, wie z. B. für die Versuchsperiode von **9**$^1/_2$ Jahr, die Zahl für **1760**$^1/_2$ bedurfte, habe ich zwischen den Zahlen für **1760** und **1761** interpolirt.

Der Hauptsache nach kommt das darauf hinaus, dass, wo Herr Wolf am Schlusse seiner Berechnungen Monatszahlen zu Jahreszahlen zusammenzieht, dieses bei mir schon im Anfang geschehen ist. Dass die Änderung unwesentlich ist, zeigt auch die nahe Übereinstimmung zwischen den von mir für die Periode (**1751—1873**) und den von Herrn Wolf für die Periode (**1751—1871**) erhaltenen mittleren Abweichungen.

Folgende Tabellen zeigen die Resultate meiner Rechnungen.

A. Zeitraum (**1751—1832**) (Section I+II).

Abweichungen vom allgemeinen Mittelwerthe **43·7** für den ganzen Zeitraum.

Länge der Versuchsperiode in Jahren	1751	1752	1753	1754	1755	1756	1757	1758	1759	1760	1761	1762	1763	Mittlere Abweichung
9	+17·2[1]	+18·5[2]	+ 7·5	— 2·2	—11·3	—14·5	—15·7	— 8·4	+ 7·0	—	—	—	—	12·5
9½	+16·9	+ 9·0	— 1·4	— 9·2	—15·6^5	—20·5	—14·0	+ 5·8	+21·4	+20·2	—	—	—	14·5[3]
10	+ 5·7	— 3·7	— 9·5	—16·0	—20·0	—11·8	+ 5·9	+19·1	+18·7	+11·5	—	—	—	13·5
10½	+ 1·9^5	— 4·4	—10·0	—14·0^5	—10·8	+ 1·3	+11·7^5	+ 8·8	+ 4·1	+ 6·8	+ 5·1	—	—	8·3
11	— 4·2	— 9·7	—11·2	—11·3	— 7·7	+ 4·6	+ 6·9	+11·0	+11·0	+10·4	+ 6·7	—	—	9·0
11½	—12·0	—14·7	—12·0	— 5·2	+ 4·9	+ 6·5	+13·6	+18·0	+10·9	+ 2·7	— 5·5	—14·0	—	10·9
12	— 8·2	— 5·7	+ 2·3	+10·0	+12·5	+14·7	+14·0	+ 5·9	— 4·8	—14·3	—16·6^5	—17·5	—	11·6
12½	+ 2·7	+13·8	+20·8	+14·5	+ 6·8	+ 0·8^5	— 6·6	—10·2^5	—17·0	—18·2	— 9·1	— 4·6	— 0·4	11·9

[1] Diese Zahl ist also erhalten durch Substraction des Gesammtmittels **43·7** der ganzen Periode vom Mittelwerthe der zehn relativen Jahreszahlen für **1751**, **1760**, **1769**, **1778**, **1787**, **1796**, **1805**, **1814**, **1823**, **1832**.

[2] Hier konnten, weil **1833** ausserhalb der Periode liegt, nur neun relative Jahreszahlen benützt werden.

[3] Das Jahr **1760** liegt hier schon zur Hälfte im zweiten Abschnitte der Mittelreihe, der eine genaue Wiederholung des ersten Abschnittes ist. Will man also dem Theile der Mittelreihe, der sich auf die Jahre **1751** und **1760** bezieht, keinen zu grossen Einfluss geben, dann muss zur Berechnung der mittleren Abweichung zu den übrigen neun Quadraten nur das halbe Quadrat von **20·2** addirt und dann durch 9½ dividirt werden.

verlieren durch Betrachtung der Curve noch von ihrem Gewichte; jedenfalls kommt es niemals vor, dass, wenn ein stark ausgesprochenes Maximum oder Minimum der Combinationscurve stattfindet, die andere Curve eine entgegengesetzte Phase zeigen sollte.

Ich schliesse hieraus also erstens, dass, **wenn die beiden Wolf'schen Perioden wirklich bestehen**, der Verlauf der Sonnenfleckenhäufigkeit von beiden zusammen dermassen beherrscht wird, dass die anderen vielleicht daneben vorhandenen Perioden und die zufälligen Störungen nicht im Stande sind, ein aus den Wolf'schen Perioden hervorgehendes, stark ausgesprochenes Maximum oder Minimum zu heben und zweitens, dass man an der Länge der beiden Perioden keine einigermassen beträchtlichen Änderungen anzubringen hat.

Es liegt nun nahe, die Combinationscurve der beiden Perioden auch rückwärts bis **1609** fortzusetzen und, weil es wohl nicht möglich ist für diesen Zeitraum die Sonnenfleckenhäufigkeit durch bestimmte Zahlen auszudrücken, doch wenigstens die Maxima und Minima der Curve mit den wirklich wahrgenommenen der Zeit nach zu vergleichen. In Fig. 2 ist die Combinationscurve dargestellt und sind daneben die Stellen verzeichnet, wo sich nach den Angaben von Wolf in den Abhandlungen der Roy. Astr. Soc. (1877) wirkliche Maxima und Minima vorgefunden haben. Schon in einer Entfernung von **39** Jahren vom Anfangsjahre **1751** des von Herrn Wolf benützten Zeitraumes ist alle Übereinstimmung zwischen der Curve und dem wirklichen Verlaufe der Sonnenfleckenhäufigkeit verschwunden. Im Jahre **1712** zeigt die Curve ein Maximum an; es fand aber damals ein Minimum statt. Derselbe Umstand wiederholte sich **1689.** Umgekehrt findet man in den Jahren **1705, 1685, 1674** Minima der Curve ganz nahe bei wahrgenommenen Maxima. Dieser völlige Mangel an Übereinstimmung tritt auch in folgender Tabelle deutlich hervor:

Zeitraum (1609—1750).

Stark ausgesprochene Maxima >69·0 der Combinationscurve 1610 1621 1658 1668 1678 1689 1700 1712 1738 1748

Nächstliegende wirkliche Maxima.	1615·5	1626	1660	1675	1675	1693	1705·5 1718 1739 1750
Stark ausgesprochene Minima <20·0 der Combinationscurve	1615	1663	1674	1685	1695	1705	1743
Nächstliegende wirkliche Minima	1611	1666	1679·5	1689·5	1698	1712	1745

Schon hieraus allein kann man, wie ich meine, mit Sicherheit auf die Unwahrscheinlichkeit des Vorhandenseins der beiden Wolf'schen Perioden schliessen. Es wäre ja unerklärlich, dass die beiden Perioden, welche die aus ihnen hervorgehenden stark ausgesprochenen Phasen im Zeitraum **1751—1871** dem wirklichen Verlaufe der Sonnenfleckenhäufigkeit aufzudrängen wussten, im Zeitraume **1609—1750** dazu aber gänzlich unfähig gewesen sein sollten.

Übrigens kann man mit kleinen Änderungen in der Länge der Perioden ganz gewiss nicht auskommen, weil die Widersprüche sich schon in so geringer Entfernung vom Jahre **1751** zeigen.

II.

Wie dem sei, jedenfalls schien es mir wünschenswerth noch eine andere Prüfung anzustellen und sich dabei nicht auf den älteren Wahrnehmungen, sondern auf den von Herrn Wolf zur Berechnung seiner Perioden benützten Zahlen selbst zu stützen. Achtet man darauf, wie scharf in der von Wolf gegebenen, von uns Fig. 3 wiederholten graphischen Darstellung vom Werthe der mittleren Abweichung die beiden Maxima durch ein Minimum von einander getrennt sind, so bleibt wohl kein Zweifel übrig, dass auch bei Beschränkung der Untersuchung, z. B. auf zwei Drittel des von Herrn Wolf benützten Zeitraumes (wenn beide Perioden wirklich existiren) noch eine deutliche Spur ihrer Existenz sichtbar bleiben muss. Ich habe also den Zeitraum **1751—1873**, wofür die monatlichen und jährlichen Relativzahlen der Sonnenfleckenhäufigkeit von Wolf bestimmt worden sind (Tr. R. A. S. l. c.) in drei Sectionen (**1751—1791**) (**1792—1832**) (**1833—1873**) zerlegt und dann erstens für die

Länge der Versuchsperiode in Jahren	1792	1793	1794	1795	1796	1797	1798	1799	1800	1801	1802	1803	1804	Mittlere Abweichung
9	+ 5·7	+ 3·3	+ 4·2	— 1·2	— 5·7	— 5·3	— 3·1	— 1·6	+ 3·1	—	—	—	—	4·0
9½	+ 7·4	+ 7·4	+ 7·6	— 3·0	— 8·1	— 8·3	— 5·0	— 1·1	+ 0·5	+ 4·9	—	—	—	6·1
9¾	+11·8	+ 3·3	— 4·5	—12·0	—11·5	— 5·0	+ 0·3	+ 3·4	+ 7·4	+10·0	—	—	—	7·9[1]
10	— 1·0	— 9·8	—14·8	—11·4^{5}	— 3·3	+ 2·9	+ 9·3	+12·2	+13·2	+ 4·2^{5}	—	—	—	9·5
10¼	—15·2	—15·7	—10·0	0·0	+11·2	+15·3	+16·9	+ 9·9^{5}	+ 0·3	— 9·6	—19·5	—	—	12·1[2]
10½	—17·2	—10·0	+ 6·3^{5}	+20·3	+23·8	+17·8	+ 7·7	+ 3·3	—15·1	—22·9	—23·5^{5}	—	—	16·4
11	+20·4	+40·2	+30·1	+16·7	+ 3·3	— 9·5	—18·0	—28·9	—33·6	—28·6	— 7·6	—	—	24·2
11½	+25·8	+15·7	+ 5·5	— 5·4	—16·6	—28·4	—34·7	—27·9	— 9·6	+19·3	+33·9	+32·3	—	23·2
12	+13·2	+ 0·5	—12·2	—24·1	—25·8	—20·3	— 5·4	+ 9·2	+22·9	+19·0	+12·9	+12·3	—	16·6
12½	— 4·9	—11·0	—10·8	— 4·4	— 3·2	+ 4·3^{5}	+ 9·8	+ 8·0	+ 3·4	+ 3·7	+ 5·3	+ 3·7	— 3·0	6·6

[1] Zu den übrigen neun Quadraten ist ¾ des Quadrates von **10·0** addirt.
Zu den übrigen zehn Quadraten ist ¼ des Quadrates von **19·5** addirt.

C. Zeitraum (1751—1873) (Section I+II+III).

Abweichungen vom allgemeinen Mittelwerthe 48·9 für den ganzen Zeitraum.

Länge der Versuchs-periode in Jahren	1751	1752	1753	1754	1755	1756	1757	1758	1759	1760	1761	1762	1763	Mittlere Ab-weichung	Mittlere Abweichung von Wolf gefunden für die Periode (1751—1871)
9	+11·4	+10·3	+ 4·6	— 1·4	— 4·9^5	— 7·5	—11·2	— 5·5	+ 3·3	—	—	—	—	7·5	—
9½	+10·4	+ 6·5	+ 0·9	— 3·6	— 7·1	— 8·9	—10·4	— 1·4	+ 8·2	+11·5	—	—	—	7·5	9·2
10	+ 7·9	— 3·0	—14·5	—22·2	—21·7^5	—11·1	+ 6·3	+19·8	+21·7	+17·8	—	—	—	16·1	16·4
10½	— 8·1	— 2·4	+ 3·7	+ 5·0	+ 5·0	+ 7·2	+ 8·2	+ 0·2	— 6·1	— 9·8	— 9·2	—	—	6·4	5·6
11	+ 5·0	— 5·1	—12·9	—15·6	—16·8	—13·5	—10·8	+ 2·1	+17·8	+29·5	+20·2	—	—	15·5	15·0
11½	—22·0	—24·7	—19·6	— 4·5	+17·7	+24·8	+24·1	+17·7	+ 8·2	— 1·6	—11·4	—21·9	—	18·1	17·4
12	+ 6·5	+15·2	+14·7	+12·2	+ 9·6	+ 7·9	+ 2·4	— 8·3	—18·7	—22·2	—17·7^5	— 5·1	—	13·1	12·6
12½	+ 3·8	+ 7·7	+ 7·4	— 1·8	— 8·7	— 9·8	— 7·2	— 5·1	— 4·0	+ 1·3	+ 8·1	+ 8·3	+ 4·0	6·6	7·4

Ein Blick auf diese Tabellen oder auf die daraus construirten Curven der mittleren Abweichung (Fig. 3) zeigt sofort, dass die Methode von Herrn Wolf zu ganz entgegengesetzten Resultaten führt, je nachdem man sie auf verschiedene Zeiträume anwendet. Der ersten Tabelle zufolge würde man zwar auch auf das Bestehen zweier Perioden schliessen müssen, deren Dauer aber nicht übereinstimmen würde mit den aus den Berechnungen des Herrn Wolf, oder den aus der dritten Tabelle hervorgehenden Perioden. Auch ist das Minimum viel weniger tief eingeschnitten. In der zweiten Tabelle dahingegen findet man auch nicht die geringste Spur eines Minimums. Wegen der Wichtigkeit dieses Resultates habe ich für diese Tabelle auch die Versuchsperioden von $9^3/_4$ und $10^1/_4$ Jahr berechnet, um mich zu überzeugen, ob sich doch nicht in der Nähe der vermeintlichen zweiten Periode von zehn Jahren eine leise Andeutung eines Maximalwerthes der mittleren Abweichung befinden möchte. Es ist dies nicht der Fall. Die graphische Darstellung (Fig. 3) zeigt, dass die verschiedenen mittleren Abweichungen eine sehr regelmässige Curve bilden, die ein einziges Maximum in der Nähe von $11^1/_4$ Jahr besitzt.

III.

Es fragt sich jetzt noch, wie es denn möglich ist, dass die Methode von Wolf, wenn man sie auf den ganzen Zeitraum (1751—1873) anwendet, so ganz bestimmt ein Minimum der mittleren Abweichung zwischen zwei Maximis erkennen lässt, ohne dass dem die wirkliche Existenz zweier Perioden zu Grunde liegt.

Betrachtet man etwas genauer den Verlauf der Curve der Sonnenfleckenhäufigkeit (Fig. 1) zwischen den Jahren 1751 bis 1873, dann sieht man, dass sie sich in drei ungefähr gleich lange Abschnitte zerlegen lässt, die einen ganz verschiedenen Charakter zeigen.

Im ersten und dritten Abschnitte treten jedesmal vier Maxima auf, die sich im Vergleiche mit den drei Maximis des zweiten Abschnittes durch grössere und selbst meistens beträchtlich grössere Höhe auszeichnen. Der mittlere (zweite) Abschnitt hat, wie es sich wegen des geringeren Werthes der dort auftretenden Schwankungen erwarten liess, bei der Berechnung der Monats-

und Jahresreihen relativ wenig Einfluss geübt. Dieses geht hervor aus der Betrachtung der beiden Curven von Fig. 1. Eben in diesem zweiten Abschnitte findet man zwischen beiden Curven nur wenig Übereinstimmung. Man hat also die Erklärung des Entstehens der beiden durch ein tiefeingeschnittenes Minimum getrennten Maximis wohl nur im ersten und dritten Abschnitte zu suchen.

Bestimmt man nach einander den Abstand vom ersten, zweiten, dritten, vierten Maximum der Sonnenfleckenhäufigkeit im ersten Abschnitte vom ersten, zweiten, dritten, vierten Maximum im zweiten Abschnitte, so findet man:

$$\begin{aligned} 1837-1761 &= 76 \\ 1848-1769 &= 79 \\ 1860-1778 &= 82 \\ 1870-1788 &= 82 \\ \hline \text{im Mittel } & 79^3/_4 \end{aligned}$$

Die Abstände der den Erhebungen vorangehenden Minimis liefern denselben Mittelwerth. Nimmt man endlich für jede der acht Erhebungen statt der Zeit des Maximums, die für zufällige Störungen sehr empfindlich ist, die mittlere Zeit zwischen den beiden Schnittpunkten mit der Linie der mittleren Sonnenfleckenhäufigkeit (**48·9**), dann findet man für die Abstände der Erhebungen des ersten und dritten Abschnittes:

$$\begin{aligned} 1837\cdot6-1760\cdot5 &= 77\ 1 \\ 1848\cdot9-1770\cdot0 &= 78\cdot9 \\ 1860\cdot2-1779\cdot0 &= 81\cdot2 \\ 1871\cdot0-1789\cdot1 &= 81\cdot9 \\ \hline \text{im Mittel } & 80\cdot0 \end{aligned}$$

Hieraus lassen sich ohne Weiteres die beiden Maxima und das Minimum der mittleren Abweichung für die Versuchsperioden **10, 11**$^1/_3$ und **10**$^1/_2$ Jahr erklären. Wählt man nämlich die Versuchsperiode $\frac{80\cdot0}{8} = 10$ Jahren und berechnet man die Glieder der betreffenden Mittelreihe, so kommen in ein und dasselbe Glied, das schon Zahlen aus der Nähe der hohen Maximis des

ersten Abschnittes enthält, auch aus dem dritten Abschnitte nur grössere Zahlen aus der Nähe der Maximis. In ein anderes Glied werden dahingegen aus dem ersten und dritten Abschnitte hauptsächlich nur Minimalwerthe zusammen kommen. Beide Glieder werden zu grossen Abweichungen vom allgemeinen Mittelwerthe Veranlassung geben. Dasselbe gilt für die Versuchsperiode $\frac{80 \cdot 0}{7} = 11$ Jahre, 5 Monate. Auch hier muss also ein Maximalwerth der mittleren Abweichung gefunden werden.

Wählt man dahingegen die Versuchsperiode $\frac{80 \cdot 0}{7^1/_2} = 10$ Jahre, 8 Monate, so wird dasselbe Glied der Mittelreihe zugleich Maximalwerthe aus dem ersten Abschnitte und Minimalwerthe aus dem dritten enthalten, oder umgekehrt. Es findet also überall Compensation statt und die mittlere Abweichung kann nur einen geringen Werth bekommen. [1]

Eine nähere Betrachtung der Zahlenreihen, aus deren Mittelwerthen die einzelnen Glieder der Mittelreihe hervorgehen, bestätigt diese Ansicht. Namentlich für die zehnjährige Versuchsperiode ist es deutlich, dass der grosse Werth ihrer mittleren Abweichung lediglich aus einer Art Interferenz zwischen den grösseren Maximis entsteht. Ich gebe hier die Zahlenreihen, aus denen die beiden Glieder der Mittelreihe mit den grössten negativen und positiven Abweichungen entstehen.

Jahreszahl	I. Section				II. Section				III. Section			
1754	13·5	36·7	27·4	10·3	38·0	71·4	16·2	8·1	13·3	19·3	21·0	45·2
1759	54·6	103·4	123·4	116·9	7·1	3·1	23·5	67·2	83·4	95·4	90·3	78·6

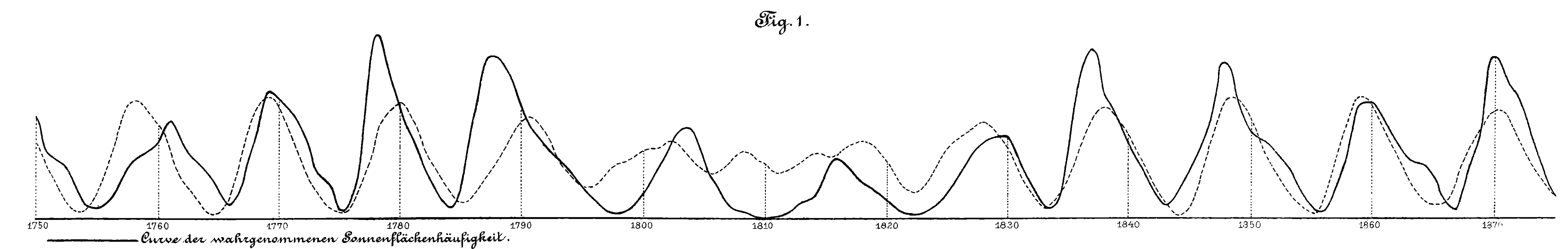
IV.

Man verstehe mich wohl. Dass die Anwesenheit zweier Maximis der mittleren Abweichung diese so einfache Erklärung

[1] Man möchte der Meinung sein, dass für die Versuchsperioden $\frac{80}{9} = 8$ Jahr, 11 Monate und $\frac{80}{6} = 13$ Jahr, 4 Monate neue Maxima der mittleren Abweichung auftreten müssten. Ich habe mich überzeugt, dass dem nicht so ist, und zwar aus dem einfachen Grunde, weil dann schon in jedem Abschnitte für sich eine starke Compensation stattfindet zwischen Maximal- und Minimalwerthen.

D. J. Korteweg: Über die von Prof. Wolf vermuthete Doppelperiode der Sonnenfleckenhäufigkeit.

Fig. 1.

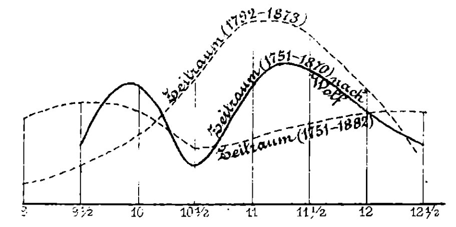


Curve der wahrgenommenen Sonnenflächenhäufigkeit.

Combinationscurve aus den beiden Perioden von 10 und 11⅓ Jahr.

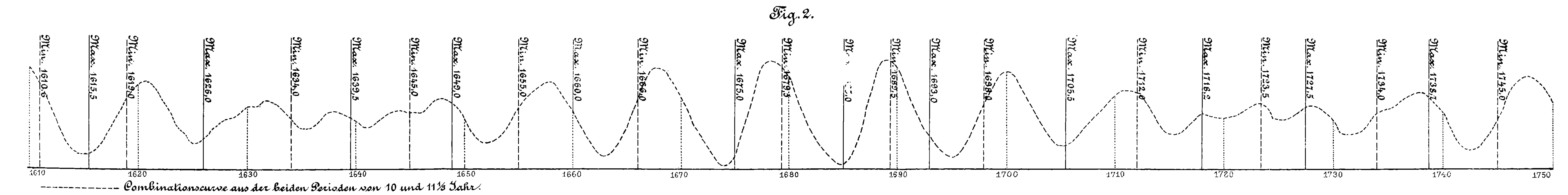
Zeitraum (1751–1873).

Fig. 3.



Curven der mittleren Abweichung.

Fig. 2.



Combinationscurve aus der beiden Perioden von 10 und 11⅓ Jahr.

Wahrgenommene Maxima und Minima.

Zeitraum (1610–1750).

Autor del. F. Schima lith. Druck v. J. Wagner.

zulässt, darin allein ist kein Grund vorhanden, die zweite Periode (von 10 Jahren) in der Sonnenfleckenhäufigkeit zu verwerfen. Es bleibt dann noch immer das Dilemma bestehen: entweder die hohen Maxima aus deren Interferenz die Erscheinung genügend erklärt wird, entstehen selbst aus dem Zusammenwirken zweier Perioden; oder sie entstehen so nicht. Im ersten Falle müssten die beiden Maxima der mittleren Abweichung bestehen bleiben — wenn auch vielleicht nicht mehr so deutlich ausgesprochen — wenn man die Interferenz durch Ausserachtlassung eines Theiles der Curve der Sonnenfleckenhäufigkeit aufhebt, falls nur der übrigbleibende Theil gross genug ist, die zufälligen Abweichungen zu heben, d. h. einen regelmässigen Verlauf der Mittelreihen und der Reihe der mittleren Abweichung zu sichern. Auch müssten da, wo ausserhalb des zur Rechnung benutzten Zeitraumes beide Perioden nach derselben Richtung hin zusammengewirkt haben, Maxima und Minima nachzuweisen sein. Es ist also hauptsächlich auf Grund der beiden in **§. II** und **§. III** angestellten Prüfungen, dass ich das Recht zu haben glaube, auszusprechen, die zweite zehnjährige Periode sei fictiv. Man kann aber noch weiter gehen und behaupten, dass auch die Periode von circa 11 Jahren mittlerer Länge, deren Existenz selbstverständlich nicht zu leugnen ist, keine unveränderliche Dauer besitzen kann.

So wie ihre Amplitude zweifellos säculären Änderungen unterworfen ist, kann dieses auch mit ihrer Länge der Fall sein. Dem Augenscheine nach würde man selbst vermuthen, dass zu grösseren Amplituden kleinere Längen gehören. Überhaupt können keine Perioden von scharf bestimmter und unveränderlicher Dauer in der Sonnenfleckenhäufigkeit vorhanden sein, denn sonst hätte die von Herrn Wolf benutzte Methode sie aufdecken müssen. Und dieses negative Resultat ist vielleicht nicht ohne Wichtigkeit. Est stimmt nämlich viel besser mit der Hypothese, dass die Periodicität einer der Sonne selbst innewohnenden Ursache zu verdanken ist, als mit der entgegengesetzten, dass äussere Einflüsse, wie Perihelstände, Conjunctionen und Oppositionen von Planeten, die Perioden sehr scharf bestimmter Länge besitzen, sie hervorrufen sollten.

Amsterdam, Juli 1883.